在校生･卒業生･保護者･教職員

進路通信2017/10 後期

北海道釧路湖陵高等学校進路指導部

● 2020年1月「センター試験」から「大学入試共通テスト」へ 〈数学編〉

７月に、文部科学省より公表された「大学入学共通テスト実施方針」で、新テストの概要が見えつつあります。まだ、詳細は議論・検討中ですが、新テストを分析してみます。

現中３生から、2021年1月から実施される共通テストに代わります。現在のセンター試験と同様、1月中旬の２日間で実施されますが、大きな変更として、「数学Ｉ」「数学Ｉ・Ａ」で、マーク式問題と混在する形で、数学Ｉ範囲の記述式問題を３問程度出題し、試験時間も６０分から７０分に延長されます。試験結果も、合計点の提供だけではなく、マーク部分は、設問・領域・分野ごとの成績、段階別表示の提供、記述式部分は、３～５段階での段階別評価を提供することが検討されています。

モデル問題は複数ありますが、ここではモデル問題例４ を取り上げてみます。

モデル問題例4

［1］ 花子さんと太郎さんは，次の記事を読みながら会話をしている。

＝公園整備計画＝ 広場の大きさどうする？

〇〇市の旧県営野球場跡地に整備される県営緑地公園（仮称）の整備内容について，緑地公園計画推進委員会は15日，公園のメイン広場に地元が生んだ武将△△△△の銅像を建てる案を発表した。県民への憩いの場を提供するとともに，観光客の誘致にも力を入れたい考え。

ある委員は，「銅像の設置にあたっては，銅像と台座の高さはどの程度がよいのか，観光客にとって銅像を最も見やすくするためには，メイン広場の広さはどのくらいあればよいのか，などについて，委員の間でも様々な意見があるため，今後，実寸大の模型などを使って検討したい」と話した。

（写真はイメージ）

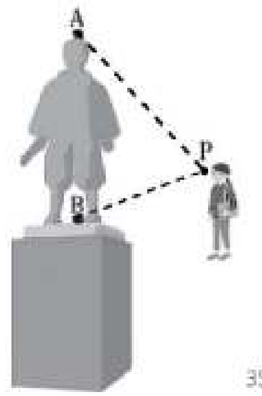
花子：銅像と台座の高さや，広場の大きさを決めるのも難しそうね。
太郎：でも，近づけば大きく見えて，遠ざかれば小さく見えるというだけでしょ。
花子：写真を撮るとき，像からどのくらいの距離で撮れば，銅像を見込む角を大きくできるかしら。

見込む角とは，右図のように，銅像の上端 A と下端 B と見る人の目の位置 P によってできる $\angle$APB のことである。

二人は，銅像を見込む角について，次の二つのことを仮定して考えることにした。

- 地面は水平であり，直線 AB は地面に対して垂直である。
- どの位置からも常に銅像全体は見える。

次の各問いに答えよ。なお，必要に応じて 10 ページの三角比の表を用いてもよい。



モデル問題例4

(1) 銅像の真正面に立ち，銅像の真下から 12 m 離れた位置から，高さ 1.5 m の台座に乗せた高さ 4 m の銅像を見る。このとき，目の高さが 1.5 m の花子さんの銅像を見込む角として最も近いものを，次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。 ア

⓪ 4°　① 6°　② 8°　③ 10°　④ 12°
⑤ 14°　⑥ 16°　⑦ 18°　⑧ 20°　⑨ 22°

(2) 銅像に近づいたり離れたりすると，見込む角の大きさは変化する。見込む角が最大になるときの，見る人の足元の位置を「ベストスポット」とよぶこととする。この「ベストスポット」について，太郎さんは次のように考えた。

【太郎さんの考え】
3 点 A，B，P を通る円の半径を R とすると，AB の長さは常に一定であることから，$\angle$APB が鋭角ならば，$\angle$APB が最大となるのは，R が最小のときである。

（i） $\angle$APB が鋭角であることを確かめる方法を，$\triangle$APB の 3 辺の長さ AB，AP，BP についての式を用いて説明せよ。解答は，解答欄 （あ） に記述せよ。

（ii） **【太郎さんの考え】**が正しいことは，$\sin\angle$APB，AB，R を用いたある関係式と，「$\angle$APB が鋭角のとき，$\angle$APB が大きくなるほど $\sin\angle$APB の値は大きくなる」ことからわかる。その関係式を答えよ。解答は，解答欄 （い） に記述せよ。

（iii） 二人は**【太郎さんの考え】**について先生に相談したところ，R が最小になるのは，3 点 A，B，P を含む平面上において，3 点 A，B，P を通る円と点 P を通り直線 AB に垂直な直線が接するときであることを教えてもらった。

この考え方に基づくと，目の高さが 1.5 m の花子さんが，高さ 6.5 m の台座の上に乗せた高さ 4 m の銅像を見る「ベストスポット」となるのは，3 点 A，B，P を通る円の半径 R が イ m になるときである。

① イ に当てはまる数を答えよ。

② このときの見込む角として最も近いものを次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。 ウ

⓪ 11°　① 13°　② 15°　③ 17°　④ 19°
⑤ 21°　⑥ 23°　⑦ 25°　⑧ 27°　⑨ 29°

③ このときの銅像の真下と「ベストスポット」の距離は，およそ エ m である。

エ に当てはまる最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つ選べ。

⓪ 3.7　① 4.7　② 5.7　③ 6.7　④ 7.7
⑤ 8.7　⑥ 9.7　⑦ 10.7　⑧ 11.7　⑨ 12.7

● 実際に解いてみましょう。　※三角比表は割愛します。教科書の表を利用してください。

〔１〕(1)

台座の高さと、花子さんの目の高さが同一であり、
△ＡＰＢは、∠ＡＢＰ＝９０°の直角三角形であるから、

tan∠ＡＰＢ ＝ ―――― ＝ 　　　　　である。

三角比の表から　∠ＡＰＢ≒　　　°

(2)　(i)　３辺の長さがわかるときに、「角の大きさの範囲」を調べる方法がありました。
余弦定理から、余弦の値の正負と角の大きさの関係から確かめられます。

△ＡＰＢにおいて余弦定理により

cos∠ＡＰＢ ＝ ―――――――――― ＞０　を示せばよい。

(ii)　「sin∠ＡＰＢ，ＡＢ，Ｒ を用いたある関係式」といえば、正弦定理の利用？

△ＡＰＢにおいて正弦定理により

―――――― ＝ ２Ｒ　より　sin∠ＡＰＢ ＝ ――――

この関係式から、ＡＢは一定であるので、Ｒが最小のとき、
sin∠ＡＰＢ の値は最大となり、∠ＡＰＢの値も最大となる。

(iii)　マーク式です。実際の試験では、「先生の考え」を鵜呑みにして解き進めましょう。

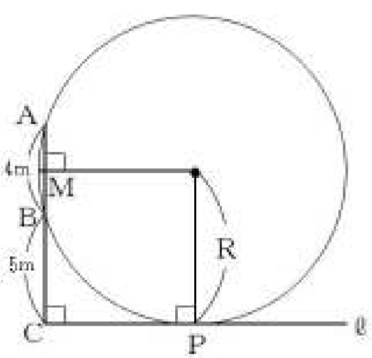
△ＡＰＢを通る円をＫ とし、ＡＢの中点をＭとする。
直線ＡＢ上で、地上から 1.5mの位置をＣとし、点Ｃを通り、
地面と平行な直線を ℓ とする。

①　Ｒ ＝ ＭＣ ＝ 　　＋
ここで　ＢＣ ＝ 6.5−1.5＝ 5 m であるから
Ｒ ＝ 　　＋ 　　＝

②　このとき、銅像を見込む角 ∠ＡＰＢ について

sin∠ＡＰＢ＝ 　　　　＝

三角比の表から　∠ＡＰＢ≒　　　°



③　少なくとも３つの解法が考えられますが、「方べきの定理」で解きましょう。

方べきの定理により、
ＣＰ²＝ $\underline{\text{C}\quad}$ × $\underline{\text{C}\quad}$ ＝ 　　× 　　＝
ＣＰ＞０　より　ＣＰ＝ 　　× 　　　≒

正答率は、ア59.2%／（あ）記述24.2%／（い）記述35.8%／イ9.6%／ウ15.4%／エ18.6%で、全体の平均　37.4%，記述式の平均　23.8%　という結果となっています。

なお、見込む角の最大に関する出題は、2010京大理系、2014鳥取大 であります。

「知識・技能」だけでなく、大学入学段階で求められる「思考力・判断力・表現力」を中心に評価するという考えがベースとなっている今回の大学入試改革。一般に**「思考力・判断力・表現力」を中心に評価する問題を多く出題すると、テストの難易度は上がる傾向**にありますので、**現在のセンター試験と比較すると難易度の高い問題の出題**が考えられます。

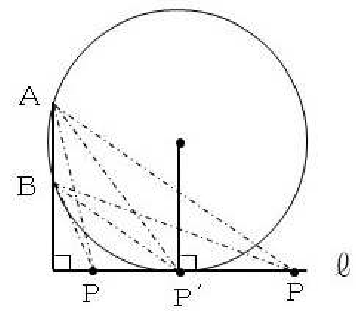
今回取り上げたモデル問題例４では、日常生活における問題を題材にして、現実の事象を特徴をとらえて数学の問題にモデル化し、解決する方針を立て、解決過程を振り返り、解決方針の意味を考え現実の事象に活用するという、数学を活用した課題解決の過程を問うています。

銅像を見込む角が最大となる「ベストスポット」を，【太郎さんの考え】から数学的に捉え、特定の図形に着目して数学的にモデル化しています。
設問(2)の (i) では、後の(ii)の前提条件について説明する力を，(ii) では解決方針が正しいことの根拠となる関係式（正弦定理）を記述する力を見ています。(iii)では、【太郎さんの考え】に対する先生の指導に基づいて，具体的に「ベストスポット」を太郎さん，先生の考えを正しく理解し、図形の知識・技能を応用できる力を見ていると言えます。

本問で必要な知識は、余弦定理と正弦定理ですが、単に定理を覚えて計算するだけでなく、**余弦定理では、角の大きさと「余弦の値の符号」と関連付けについてを、正弦定理では、向かい合う辺と角および外接円の半径の関係の式の意味を理解・活用しているのか**が問われています。
数学の授業を通して、単なる定理、公式の暗記と計算ができる段階を超えて、定理や公式の意味をきちんと理解しているかが、今後問われていくことになりそうです。

【補足】　先生の考えが正しい理由

花子さんの目の高さは必ず直線 ℓ 上にあり、
２点Ａ，Ｂを通り、直線 ℓ に接する円における
接点を Ｐ′とすると
Ｐ≠Ｐ’のとき，Ｐは円の外部にあるので、
∠ＡＰＢ ＜ ∠ＡＰ′Ｂ　が成り立つ。
したがって、∠ＡＰＢが最大になるのは、
点ＰがＰ′の位置にあるときである。



いかかでしたか。今回は秋保先生を中心とした数学科の先生方に分析していただきました。センター試験にせよ、共通テストにせよまずは教科書の内容を中心とした問題で構成されています。従って、教科書を通して「基礎・基本」を定着させるのが一番大切なことです。「基礎・基本」とは単に教科書の問題が解けるということではありません。定義や定理の確認と証明、一つ一つの問題のつながりなど系統的に数学を学んでいくこと。問題の「解法パターン」とともに「仮定（条件）と結論（求めるもの）の区別をはっきりする」「数式だけに頼らず、図やグラフをかく」といった『数学という学問の本質』を学んでいくことなのです。さて次回は国語のモデル問題を取り上げます。自分の家庭学習にしっかりと役立ててください。